

MARIAN MAZUR

*Polska Akademia Nauk*

## ŚWIADOME DZIAŁANIE JAKO ROZWIĄZANIE PROBLEMU OPTYMALIZACYJNEGO

### 1. Wstęp

Każdy człowiek podejmuje codziennie wiele decyzji, chociaż prawie nigdy nie określa takiego postępowania terminem „decyzja”. Z reguły też nie zdaje sobie sprawy, że podejmowanie decyzji naukowo określa się jako „rozwiązywanie problemu optymalizacyjnego”. Na przykład, podejmowaniem decyzji jest choćby dokonanie wyboru, na który film się wybrać, którą książkę wypożyczyć z biblioteki, które z kilku jabłek zjeść, dokąd pójść na spacer, czy włączyć radio, czy nie itp. W powyższych przykładach chodzi o sprawy bardzo małego znaczenia, tj. takie, w których szkodliwość skutków błędnych decyzji jest znikoma i daje się bez trudności naprawić w następnej decyzji. Znaczenie większe mają decyzje w takich sprawach, jak np. wybór zawodu lub wybór współmałżonka, gdyż mogą mieć wpływ na całe pozostałe życie, a możliwości naprawienia skutków błędnych decyzji są bardzo ograniczone. Największą doniosłość mają decyzje w sprawach wielkich, w skali społecznej, jak np. wybór systemu zarządzania państwem, planowania regionów przemysłowych, wielkich miast itp., ponieważ popełniane przy tym błędy pociągają za sobą olbrzymie straty. Decyzje w takich właśnie sprawach stały się przedmiotem badań naukowych. Sprzyjało temu wynalezienie maszyn matematycznych, jako że rozwiązanie zagadnień tego rodzaju wymaga przetwarzania dużych ilości informacji.

Tym się objaśnia, że dopiero od kilkunastu lat pojawiają się prace naukowe z zakresu „teorii decyzji”, której przedmiotem są metody rozwiązywania problemów optymalizacyjnych. Przede wszystkim jednak w teorii decyzji określono, co to jest problem optymalizacyjny, zanalizowano jego elementy oraz nadano mu postać matematyczną.

Zrozumienie istoty problemu optymalizacyjnego jest przydatne w podejmowaniu wszelkich decyzji, od najprostszych do najbardziej skomplikowanych. Te właśnie podstawowe sprawy są tematem niniejszego artykułu.

### 2. Optymalizacja

Ogólnie biorąc, określony cel można osiągnąć różnymi środkami. Jeżeli zależy nam wyłącznie na osiągnięciu celu, tj. bez stawiania żadnych dodatkowych wymagań, nieistotne jest, jakim środkiem, spośród możliwych posłużymy się do tego celu. Na przykład, jeżeli nadawca chce przekazać odbiorcy pewną wiadomość,

to może do niego pójść lub pojechać i przekazać mu wiadomość ustnie, przesłać list lub telegram bądź też posłużyć się telefonem. Do osiągnięcia celu doprowadzi zastosowanie dowolnego z tych środków.

Jeżeli jednak cel ma być osiągnięty w sposób najbardziej racjonalny, to przestaje być obojętne, który z możliwych środków zostanie zastosowany. Postępowanie polegające na poszukiwaniu najbardziej racjonalnego sposobu osiągnięcia celu jest nazywane „optymalizacją”. Oczywiście, zależy ono od tego, co będzie się uważać za najbardziej racjonalne. Na przykład, optymalizacja przekazania wiadomości będzie inna, gdy czas przekazania wiadomości ma być najkrótszy, inna zaś, gdy chodzi o to, żeby nadawca najmniej się trudził lub żeby poniósł najmniejsze koszty.

Do przeprowadzenia optymalizacji potrzeba ponadto wielu informacji na temat warunków, w których miałyby się odbywać osiągnięcie celu. Bez ich uwzględnienia decyzje mogą się okazać błędne. Na przykład, jeżeli przyjąć, że wiadomość ma być przekazana w najkrótszym czasie, to tylko przy powierzchownym traktowaniu sprawy można by sądzić, że najdłużej trwałaby wędrowka piesza nadawcy do odbiorcy, krócej zaś jego przejazd pociągiem lub samochodem, jeszcze krócej korespondencja listowna, a tym bardziej telegraficzna, najkrócej zaś porozumienie telefoniczne. Przecież może się okazać, że odbiorca nie ma telefonu, wobec czego trzeba byłoby zamówić jego przyście do rozmównicy publicznej dopiero na następny dzień, albo że odległość od nadawcy do mieszkania odbiorcy jest krótsza niż do urzędu telekomunikacyjnego, w którym miałby być nadany telegram, więc najszybciej można byłoby dostarczyć wiadomość odbiorcy odwiedzając go osobiście, albo że odbiorca mieszka w zapadłej wsi, do której poczta jest dostarczana dwa razy na tydzień albo do której z powodu zasp śnieżnych pociągi ani samochody na razie nie dochodzą itp. Jak widać, zależnie od tego rodzaju okoliczności różne środki mogą zapewnić najkrótszy czas przekazania wiadomości.

### **3. Problem optymalizacyjny**

Optymalizacja czegokolwiek wymaga rozwiązania zadania zwanego „problemem optymalizacyjnym”. W każdym problemie optymalizacyjnym występują trzy następujące grupy wielkości: wielkość kryterialna, parametry oraz wielkość decyzyjna. Wielkość kryterialna to zbiór możliwych wyników, wśród których szuka się ekstremalnego, tj. maksymalnego (najkorzystniejszego) bądź minimalnego (najmniej korzystnego). Parametry to zbiór warunków, tj. wielkości, na które rozwiązujący nie ma wpływu. Mogą to być wielkości zarówno stałe, jak i zmienne – istotne jest tylko to, że rozwiązujący nie może powodować ich zmiany, natomiast mogą się zmieniać z przyczyn od rozwiązującego niezależnych. Należą do nich wielkości fizyczne niezależne od człowieka, np. klimat, przyspieszenie ziemskie itp., a także wszelkie nakazy i zakazy, np. wynikające z przepisów prawnych. Wielkość decyzyjna to zbiór środków pozostających do wyboru, tj. wielkość, na którą rozwiązujący może wpływać. Wartość wielkości decyzyjnej, przy której wartość wielkości kryterialnej jest ekstremalna, nazywa się „wartością optymalną”.

Z matematycznego punktu widzenia wielkość decyzyjna jest zmienną niezależną, a wielkość kryterialna jest zmienną zależną.

Problem optymalizacyjny można wyrazić ogólnym wzorem matematycznym:

$$Y_{\text{extr}} = P(X_{\text{opt}})$$

w którym  $X$  jest wielkością decyzyjną,  $Y$  jest wielkością kryterialną,  $P$  jest związkiem, jakim parametry wiążą wielkość kryterialną  $Y$  z wielkością decyzyjną  $X$ . Rozwiązaniem problemu optymalizacyjnego jest rozwiązanie powyższego równania, czyli znalezienie odpowiedzi na pytanie: jaka powinna być wartość optymalna wielkości decyzyjnej, aby przy określonych parametrach, uzyskać wartość ekstremalną wielkości kryterialnej.

Mówiąc językiem potocznym, chodzi o wybór takiego środka, który w danych warunkach zapewni osiągnięcie wyniku największego (gdy chodzi o korzyści) bądź najmniejszego (gdy chodzi o straty).

Podane wyżej równanie matematyczne zachowuje sens również wtedy, gdy występujące w nim wielkości mogą przybierać tylko wartości nieciągłe bądź nawet nie dają się określić liczbowo.

Właśnie w omawianym poprzednio przykładzie wielkością decyzyjną jest zbiór środków przekazywania wiadomości, przy czym każdy z nich jest określony słowami, a nie liczbami. Jeżeli wiadomość ma być przekazana jak najszybciej, to wielkością kryterialną jest czas; wielkość ta daje się określić liczbowo. Parametrami są takie dane, jak np. odległość od nadawcy do odbiorcy, (dająca się określić liczbowo), czas trwania, przerwy w ruchu pociągów (dający się określić liczbowo), okoliczność, że nadawca jest obrażony na odbiorcę i w związku z tym nie chce przekazać mu osobiście wiadomości np. o tym, że zamierza go podać do sądu o zwrot długu (nie dająca się określić liczbowo) itp.

Dokonanie wyboru wartości wielkości decyzyjnej jest „podjęciem decyzji”, a wybrana wartość wielkości decyzyjnej jest „decyzją”. Zgodnie z tym, jeżeli wybrana została wartość optymalna, to taka decyzja jest optymalna.

#### 4. Postawienie problemu optymalizacyjnego

Ludzie nienawykli do takiego sformalizowanego sposobu podejmowania decyzji z reguły nie zdają sobie sprawy z tego, że przed rozwiązaniem problemu optymalizacyjnego trzeba ten problem najpierw postawić. Często uchodzi to nawet uwadze specjalistów z zakresu metod matematycznych rozwiązywania problemów optymalizacyjnych. Zazwyczaj koncentrują się oni na trudnościach operacyjnych rozwiązywania problemu, zwłaszcza gdy wyraża się on układem wielu skomplikowanych równań.

Tymczasem przy stawianiu problemu optymalizacyjnego ktoś musiał ustalić, co ma być traktowane jako wielkość kryterialna, tj. wskazać cel; co ma być traktowane jako parametry, czyli określić warunki ograniczające możliwości rozwiązania problemu, oraz co ma być traktowane jako wielkość decyzyjna, czyli podać, w jakim zakresie rozwiązujący ma swobodę wyboru środków. Dokonanie takiego podziału jest także podejmowaniem decyzji, z tą różnicą, że są to „decyzje przeddecyzyjne”, poprzedzające rozwiązanie danego problemu optymalizacyjnego. Jest to okoliczność bardzo istotna, jako że trafność rozwiązania problemu optymalizacyjnego z reguły

zależy w znacznie większym stopniu od tych wstępnych decyzji niż od dokładności operacji matematycznych wykonywanych w trakcie rozwiązywania problemu.

Ogólnie biorąc, błędy w podejmowaniu decyzji polegają głównie na tym, że postawiony cel przyjmuje się często bezkrytycznie, czyli zawęża się nadmiernie zakres wielkości kryterialnej, oraz że zamiast wszystkich środków prowadzących do danego celu bierze się pod uwagę tylko niektóre, czyli zawęża się nadmiernie zakres wielkości decyzyjnej. Jest to równoznaczne ze zrzeczeniem się z wywierania wpływu na wiele czynników, czyli z nadmiernym rozszerzeniem zakresu parametrów. Źródłem takich nieprawidłowości w stawianiu problemów optymalizacyjnych są zwykle nawyki „decydenta”, tj. osoby podejmującej decyzję, nabyte wskutek wieloletniej rutyny. Utrudnia ona rozeznanie, ponieważ decyzje niegdyś trafne mogą obecnie być błędne wobec zmienionych warunków, a sytuacje na pozór bardzo do siebie podobne mogą się jednak różnić w sposób istotny i w związku z tym wymagają odmiennych decyzji itp.

Zilustrujemy to paroma przykładami z dziedziny szkolnictwa, jako najbardziej interesującymi czytelników niniejszego artykułu. Nauczyciele matematyki dążą do tego, żeby ich uczniowie możliwie najlepiej opanowali wiadomości z tego przedmiotu. Głównie chodzi o to, żeby zostali oni możliwie najlepiej przygotowani do przyszłej pracy zawodowej. Jeżeli uczeń np. ma wybitny talent muzyczny, nie pozostawiający wątpliwości, iż wybierze on zawód muzyka, to zamiast tracić czas na zdobywanie wiadomości matematycznych ponad niezbędne minimum, powinien raczej zużywać go w grze na fortepianie.

Podobnie nauczyciele geografii, botaniki, zoologii itp. egzekwują od uczniów mnóstwo wiadomości z tych przedmiotów, a tymczasem dorosły wykształcony człowiek po wiadomości geograficzne sięga zawsze do atlasów, a jego potrzeby w zakresie botaniki niewiele wykraczają poza nabywanie kwiatów na prezenty imienninowe. Natomiast o wiele większy nacisk powinien być położony na znajomość języków obcych, ponieważ praca zawodowa ludzi wykształconych jest już dziś niemożliwa bez lektury zagranicznych czasopism fachowych, spotkania się ze specjalistami przybywającymi z różnych krajów, słuchania ich referatów itp.

Znany fakt, że obecnie więcej ludzi niż dawniej popełnia błędy ortograficzne, nauczyciele są skłonni przypisywać zwiększonemu niedbalstwu uczniów i stosować środki pobudzające ich do większej pilności. Tymczasem przyczyny tkwią w zmianie warunków: dawniej wiadomości były nabywane niemal wyłącznie na drodze wzrokowej (lektura), a więc przyzwyczajającej do wyglądu pisma, obecnie zaś równorzędną rolę odgrywa również droga słuchowa (radio, telewizja), odzwyczajająca od pisma. W tym stanie rzeczy racjonalnym kierunkiem byłoby dążenie do uproszczenia ortografii. W powyższych przykładach błędnie wybrane są wielkości kryterialne.

Należy wreszcie wspomnieć o tym, że komisje programowe najczęściej stawiają sobie problem ulepszenia programów nauczania przez modyfikację rozdziału tygodniowej liczby godzin lekcyjnych między różne przedmioty. W takim postawieniu problemu za wiele czynników traktuje się jako parametry zamiast jako wielkość decyzyjną. Mianowicie uważa się za nienaruszalne, że materiał nauczania ma być podzielony na przedmioty, że zajęcia mają mieć postać lekcji, że lekcja ma

trwać 45 minut itp., a przecież takie „decyzje przeddecyzyjne” również wymagają uzasadnienia optymalizacyjnego.

Ogólnie można powiedzieć, że przed przystąpieniem do rozwiązania każdego problemu optymalizacyjnego należy wykonać, dwie następujące czynności:

1. zestawić listę wszelkich czynników mogących odgrywać istotną rolę w danym problemie,
2. dokonać właściwego podziału tych czynników na wielkości kryterialne, wielkości decyzyjne i parametry.

Przy postępowaniu zgodnie z tymi zaleceniami rewizja programów nauczania powinna polegać na uznaniu dotychczasowego programu za nie istniejący i uzasadnianiu konieczności wprowadzania każdej informacji do nowego programu, zamiast, jak to się dzieje dotychczas, na uzasadnianiu jedynie zmian rewidowanego programu. Brak zrozumienia istoty problemów optymalizacyjnych jest główną przyczyną zacofania szkolnictwa.