http://autonom.edu.pl

Mazur Marian, 1966, *Źle z matematyki*. Argumenty, nr 36 (430), rok X, 4 września, Warszawa, s. 5 i 10. W artykule brak informacji o cyklu „O szkole cybernetycznie".
Przepisał: Mirosław Rusek (**mirrusek@poczta.onet.pl**), wytłuszczenia w tekście od Autora.

Gdyby zaproponować, żeby programy nauczania matematyki były opracowywane przez nauczycieli humanistów, np. historyków, polonistów itp., to najprawdopodobniej sprzeciwiliby się temu sami humaniści, w przeświadczeniu, że opracowane przez nich programy byłyby do niczego. Niewątpliwie sprzeciwiliby się temu również nauczyciele matematyki, zresztą z tego samego powodu. Można bez żadnego ryzyka wyrazić przypuszczenie, że gdyby nauczyciele humaniści mieli opracować program nauczania matematyki w oparciu o ich własną wiedzę w tej dziedzinie, to wątpliwe jest, czy program ten wykraczałby poza tabliczkę mnożenia i cztery działania arytmetyczne.

I tu dotykamy kapitalnej sprawy. Okazuje się, że można być dobrym nauczycielem historii, języka polskiego, języków obcych i wielu innych przedmiotów, nie mając pojęcia o pierwiastkach równań, tangensach, logarytmach i różnych innych zmorach matematycznych. To samo można by powiedzieć o wielu innych zawodach, np. literatach[1)], muzykach, malarzach, dziennikarzach, prawnikach. Skoro tak, to można by zapytać, po co naucza się w szkole matematyki.

Na to pytanie otrzymuje się zwykle odpowiedź, że matematyka uczy metod rozumowania. To prawda, ale chyba nie ta matematyka, której się naucza w szkole. Ani sposób, ani zakres jej nauczania na pewno do tego nie prowadzą. Gdyby zażądać od dowolnego maturzysty, żeby wymienił metody rozumowania, których go nauczono na lekcjach matematyki, to obawiam się, że jedyną jego reakcją byłoby przerażenie. I nic dziwnego, ponieważ metody matematyczne w szkole, to mitologia. W rzeczywistości szkolne zadania matematyczne są w przeważającym stopniu zagadkami. Aby je rozwiązać, trzeba wpaść na pomysł. Na przykład, przy wyprowadzaniu wzoru na bok dziesięciokąta foremnego trzeba wykorzystać okoliczność, że kąt przy wierzchołku elementarnego trójkąta wynosi 36^0, a więc kąty przy podstawie wynoszą po 72 stopnie. Jeśli się przeprowadzi dwusieczną jednego z nich, to powstaną dwa trójkąty podobne, z której to okoliczności wynika wzór na bok dziesięciokąta. Gdyby jednak uczeń chciał zastosować podobny sposób do

[1)] W oryginalnym tekście jest błędnie podany wyraz „literach" – uwaga M. R.

dziewięciokąta lub jedenastokąta, lub też do jakiegokolwiek innego wielokąta foremnego, to do niczego nie dojdzie. Gdzież więc tu metoda?

Jeśli uznać, że szukanie pomysłów jest kształcące, to równie (a może bardziej) kształcące jest rozwiązywanie szarad i rebusów w dziale rozrywek umysłowych w różnych czasopismach, nie mówiąc już o grze w szachy lub brydża.

No dobrze, powie ktoś, ale przecież wśród uczniów są również tacy, którzy zechcą pójść na studia matematyczne lub fizyczne czy też na politechnikę. Ci chyba powinni umieć sporo z algebry, geometrii czy trygonometrii. Gdzież mieli by się tego nauczyć?

To bardzo prosta sprawa. Trzeba dla nich po ukończeniu szkoły średniej zorganizować wstępny rok studiów na wyższych uczelniach. Rozwiązanie takie miałoby mnóstwo zalet.

Po pierwsze, odpadłaby potrzeba urządzania egzaminów konkursowych z ich przypadkowościami i niesprawiedliwościami, jako że o wiele lepszym sprawdzianem przydatności kandydatów byłyby oceny uzyskane przez nich na owym wstępnym roku studiów.

Po drugie, można by skrócić czas nauczania w szkole średniej dzięki redukcji programu nauczania matematyki, a jak wiadomo jest to przedmiot najczęściej hamujący przechodzenie z klasy do klasy.

Po trzecie, wstępny rok studiów mógłby obejmować tak obszerny program, na jaki w szkole ogólnokształcącej trzeba przeznaczać kilka lat. Byłoby to możliwe dzięki temu, że na wstępny rok studiów zgłosiliby się maturzyści mający zamiłowanie i zdolności do matematyki, podczas gdy w szkole średniej tempo nauczania matematyki musi być dostosowane do uczniów o przeciętnych zdolnościach do tego przedmiotu. Nie bez znaczenia jest też okoliczność, że na wstępnym roku studiów znalazłaby się młodzież starsza, a więc poważniej traktująca sprawy zdobywania tej trudnej wiedzy. Na dowód tego można przytoczyć, że student politechniki w ciągu jednego roku opanowuje rachunek różniczkowy i całkowy.

Tylko patrzeć, jak przeciw takiemu rozwiązaniu zostanie wysunięty ulubiony argument pseudoekonomistów: „nie stać nas na to”. Co wart jest ten argument, łatwo się przekonać stosując elementarne obliczenie. W klasie maturalnej, liczącej przeciętnie 30 uczniów, na studia matematyczne lub techniczne wybiera się zwykle jeden lub dwóch uczniów – no powiedzmy, trzech (to dla tych trzech zamęcza się matematyką pozostałych dwudziestu siedmiu!), czyli co najwyżej 10 proc. Aby na wstępnym roku studiów utworzyć klasę złożoną z 30 uczniów, trzeba by wybrać po 3 chętnych z 10 szkół[2)], to zaś oznacza, że na wstępnym roku studiów jeden nauczyciel matematyki zrobiłby to, co obecnie robi 10 nauczycieli (w 10 szkołach). Jeśli przy tym wziąć pod uwagę, że nauczanie matematyki na wstępnym roku studiów mogłoby obejmować program ostatnich trzech lat obecnej szkoły ogólnokształcącej (dzięki okolicznościom omówionym powyżej), to w proponowanym rozwiązaniu jeden nauczyciel zastąpiłby trzydziestu. Czy rzeczywiście nie stać nas na zmniejszenie kosztów ze 100 proc. do 3 proc? W przemyśle takie zmniejszenie kosztów jest niedościgłym marzeniem, a dla zaoszczędzenia choćby paru procent tworzy się instytuty naukowo-badawcze i wyposaża w kosztowne laboratoria.

Dodajmy też, że korzyści nie ograniczyłyby się do oszczędności na kosztach nauczania. Odczuwamy przecież deficyt nauczycieli matematyki, gdyż dyscyplina ta odstrasza swoją trudnością wielu kandydatów, a przy tym zdolniejsi matematycy wolą po ukończeniu studiów pracować (i lepiej zarabiać) w przemyśle, gdzie rozwój zastosowań maszyn matematycznych otworzył im nie znane dawniej możliwości, niż uczyć matematyki w szkole. Nie mówiąc już o tym, że nauczyciel matematyki na wstępnym roku studiów mógłby mieć już status asystenta wyższej uczelni, doktoryzować się itp., a to jest bardziej atrakcyjne niż etat nauczyciela w szkole średniej. Dochodzi więc dodatkowa korzyść polegająca na tym, że na wstępnym roku studiów matematyka byłaby nauczana przez zdolniejszych nauczycieli, a więc skuteczniej.

Nie zmierzam bynajmniej do zubożenia treści nauczania matematyki w szkole. Przeciwnie, chodzi mi o jej wzbogacenie informacjami użytecznymi dla wszystkich, z jednoczesną redukcją szumu informacyjnego oraz przeniesieniem gdzie indziej informacji mogących mieć użyteczność tylko dla nielicznych.

Na przykład można by z powodzeniem usunąć ze szkoły średniej zadania na logarytmowanie (ograniczając się tylko do objaśnienia jego zasad). Na zdobywanie wprawy w logarytmowaniu zużywa się w szkole mnóstwo czasu, a przecież dla 90 proc. uczniów jest to umiejętność najzupełniej bezużyteczna. Zresztą i pozostałym 10 proc., wybierającym się na studia techniczne, jest ona mało przydatna, gdyż wszelkie obliczenia wykonuje się tam za pomocą suwaka rachunkowego zwanego wprawdzie „logarytmicznym”, ale do posługiwania się nim nawet elementarna wiedza o logarytmach nie jest potrzebna, podobnie jak do kręcenia gałkami telewizora nie trzeba być radiotechnikiem.

[2)] Autor w tych i dalszych rozważaniach zastosował łącznie dwa błędne założenia: 1) w jednej szkole jest zawsze tylko jedna klasa z danego rocznika, 2) jeden nauczyciel matematyki uczy tylko klasy (ściślej klasę) z jednego rocznika, - uwaga M. R.

Wiele czasu marnuje się też na przekształcenia formalne, zwłaszcza na sprowadzanie wyrażeń trygonometrycznych do postaci logarytmicznej, tym bardziej, że znaczną rolę odgrywa w nich czynnik zgadywania, a już zupełnie niepojęte jest, dlaczego wymaga się od uczniów pamiętania wzorów na przekształcanie funkcji trygonometrycznych. Wszelkie zakazy korzystania z tablic, podręczników, słowników, atlasów itp. w zadaniach klasowych, to istna obsesja nauczycielska.

Głównym błędem nauczania matematyki w szkole średniej jest to, że jest ono oparte na indukcji, zamiast na dedukcji, na przechodzeniu od szczegółów do uogólnień, podczas gdy powinno być przeciwnie. Nauczyciel matematyki przez lata całe ładuje w ucznia mnóstwo szczegółów dotyczących równań pierwszego i drugiego stopnia, aby mu dać jakie takie wyobrażenie o funkcjach zamiast mu w ciągu pięciu minut objaśnić pojęcie funkcji w zapisie ogólnym y = f(x) i potraktować wszystko inne jako szczególne przypadki. W rezultacie maturzysta wychodzi ze szkoły obładowany szczegółami, które wkrótce zapomni (jeżeli nie należy do tych 10 proc. studiujących matematykę lub technikę) i niezdolny do myślenia kategoriami ogólnymi. Z całej szkolnej matematyki pozostają mu tylko koszmarne wspomnienia.

Jest to wynik fałszywego systemu, opartego na historycznej doktrynie nauczania. Zamiast o rzeczach najważniejszych, uczeń dowiaduje się najpierw o rzeczach najwcześniejszych w rozwoju danej dziedziny wiedzy. Z historii – o Asyrii i Babilonie, z fizyki – o pocieraniu bursztynu suknem, kamieniach rzucanych przez Galileusza z pochyłej wieży w Pizie i żabich udkach z doświadczeń Volty, z matematyki – o równaniach pierwszego stopnia.

Żądanie, żeby kilkunastoletnim dzieciom objaśniać pojęcia różniczki i całki, wywołałoby pewnie popłoch wśród nauczycieli matematyki. Nawet na studiach matematycznych lub technicznych student dopiero po dłuższym czasie zaczyna się orientować (humanista nie dochodzi do tego nigdy), że są to pojęcia tak banalne, iż z powodzeniem mógłby się z nimi zapoznać na wiele lat przed maturą. Przecież w zasadzie różniczkowaniem jest wyznaczanie tempa wzrostu (produkcji, budownictwa, ludności itp.), a całkowaniem - sumowanie przyrostów. A są to sprawy poruszane w gazetach niemal w każdym artykule na tematy ekonomiczne, socjologiczne itp.

Aby dzięki matematyce uczeń mógł wynieść ze szkoły lepszą umiejętność myślenia, nauczanie matematyki powinno być oparte przede wszystkim na **wykresach**. W szkole korzysta się z wykresów tylko dla interpretacji równań, zapominając, że wykresy są narzędziem samodzielnym, ogólniejszym niż równania i dającym się zastosować nawet tam, gdzie się nie rozporządza żadnymi równaniami, a nawet nie wiadomo, jaką mogłyby mieć one postać. Z tak skąpych danych, jak na przykład, że coś wzrasta coraz wolniej, niepodobna ułożyć równania, ale wykres można sporządzić i to nawet nie korzystając z żadnych liczb. Co więcej, zrozumienie samej sprawy przedstawionej wykreślnie pozwala nieraz wskazać, w którym punkcie krzywa na wykresie musi się zacząć, stwierdzić, że przechodzi ona przez maksimum lub minimum albo że dąży do jakiejś granicy. Na takich podstawach opiera się analiza jakościowa zjawisk, umożliwiająca ogólne przewidywania, do których równania lub pomiary dostarczają już tylko bliższych szczegółów.

Tego rodzaju podejście jest przecież potrzebne ekonomistom, psychologom, fizjologom, socjologom itp. Nawet zwykły czytelnik gazet dostaje często informacje w postaci wykresów, np. dotyczących rozwoju przemysłu i handlu, przemian demograficznych, rozwoju czytelnictwa, wykrywalności przestępstw, wydatków na budowę szpitali, fluktuacji spożycia oraz wszelkich zależności w czasie i przestrzeni, bez żadnego oparcia o wzory matematyczne.

O ile równania mogą być proste lub zawiłe, to wykresy zawsze są proste i łatwo dostępne dla wyobraźni każdego. Bez trudności można za ich pomocą przedstawiać zakresy i obszary zmienności, znajdować pierwiastki równań bez ich rozwiązywania (a więc nawet równań uwikłanych), podawać nie tylko przebiegi zależne od jednej zmiennej, lecz i od wielu zmiennych (za pomocą rodzin krzywych) itp. Dlatego też podstawową umiejętnością, jaką z zakresu matematyki uczeń powinien wynieść ze szkoły i zachować na całe życie, powinna być umiejętność sporządzania i interpretowania wykresów. Tą też drogą należy wpoić uczniom ogólne pojęcie funkcji, a nie, jak to się dzieje dotychczas, przez otumaniającą „dyskusję” trójmianu kwadratowego.

Matematyka nauczana w szkole jest wiedzą absolutnie zdehumanizowaną, nie mającą związku ze zwykłym życiem. Jest to swoista „sztuka dla sztuki”. Zamiast posługiwania się matematyką jako narzędziem do rozwiązywania zagadnień istotnych dla każdego, traktuje się operacje matematyczne jako cel sam dla siebie i dobiera do nich fikcyjne zagadnienia. Co komu przyjdzie z tych wszystkich kół opisanych na trapezach, kul wpisanych w stożki ścięte, ostrosłupów przeciętych płaszczyznami itp.?

A tymczasem jest mnóstwo życiowych spraw, wymagających ujęcia matematycznego, których jednak na próżno byłoby szukać w szkolnych programach, jak na przykład zagadnienia **organizacji**. Uczeń powinien wynieść ze szkoły rozumienie takich pojęć jak harmonogram, programowanie, algorytm, metoda grafów itp. Przecież to brak zrozumienia tych spraw powoduje, że ogromna większość przeprowadzanych u nas akcji ma charakter czystej improwizacji. A nie są to bynajmniej metody nadające się do zastosowania tylko w technice. Znajomość ich bardzo by się przydała każdemu, kto ma do czynienia z organizacją jakichkolwiek przedsięwzięć: reżyserom filmowym, dyrektorom teatrów, redaktorom czasopism, organizatorom zjazdów, wystaw, imprez sportowych, wyjazdów turystycznych, konkursów itp., nie mówiąc już o codziennej pracy każdej instytucji.

Ani słowem nie wspomina się w szkole o zagadnieniu tak doniosłym dla każdego człowieka, jak **optymalizacja**, czyli to, co się potocznie nazywa problemem „za krótkiej kołdry”. Nie dysponujemy nieograniczonymi zasobami energii, czasu, pieniędzy itp. Zużywając je do jakiegokolwiek celu, tracimy możność zużycia ich do innego celu i wskutek tego zawsze staje przed nami pytanie, co wybrać, czemu dać pierwszeństwo.

Gdyby ci, co decydowali odbudowę Teatru Wielkiego w Warszawie, mieli zrozumienie dla zagadnień optymalizacji, to zamiast opery dla dwóch tysięcy widzów (deficytowej nawet przy zapełnionej widowni) zbudowaliby linię kolei podziemnej (zwłaszcza wtedy, gdy można ją było tanio zbudować po prostu w postaci rowu do późniejszego przykrycia) dla stu tysięcy pasażerów dziennie (i bez deficytu). Wydatki na nią już by się zamortyzowały i mogłyby być następnie przeznaczone na odbudowę Teatru Wielkiego (jeżeli już koniecznie musimy mieć „największy budynek operowy w Europie”). W wyniku optymalizacji mielibyśmy w Warszawie i metro, i operę.

Nie buduje się u nas pomników monumentalnych, bo nas „nie stać”. A spróbujmy sobie uzmysłowić, że jeśli sprawę potraktować z punktu widzenia optymalizacji, to nawet pomniki mogą być interesem bardzo dochodowym. Takie obiekty, jak Łuk Triumfalny i wieża Eiffla w Paryżu, pomnik Bitwy Narodów w Lipsku, Atomium w Brukseli i wiele innych, to istne kopalnie złota. Same pocztówki i bilety wstępu (tak, to są pomniki, do których się wchodzi, gdyż w ich wnętrzu jest coś do obejrzenia) przyniosły milionowe zyski, nie mówiąc już o dewizach, przywożonych przez turystów przybywających, aby te pomniki choć raz w życiu zobaczyć. Z pomnika na pobojowisku pod Waterloo żyje całe miasteczko.

Rzecz jasna, optymalizacja jest zagadnieniem numer jeden w przemyśle, handlu, transporcie itp., ale o tym wiedzą tylko specjaliści od badań operacyjnych i programowania maszyn matematycznych. Zwykły obywatel wynosi ze szkoły wyobrażenie o matematyce jako nauce służącej do rozwiązywania zadań w rodzaju: „ze stacji A wyruszył pociąg...”.

Fikcyjność zadań matematycznych sprawia, że uwaga ucznia jest skierowana wyłącznie na operacje matematyczne. Stąd pochodzi nader rozpowszechnione mniemanie, że matematyka jest nauką dostarczającą najprawdziwszych informacji o rzeczywistości. Nic obłędniejszego! Matematyka jest nauką mającą nam najmniej do powiedzenia o rzeczywistości. W istocie bowiem każde rozumowanie matematyczne jest zdaniem warunkowym: jeśli dane wejściowe są zgodne z rzeczywistością, a operacje matematyczne zostały wykonane w sposób poprawny, to dane wyjściowe są również zgodne z rzeczywistością. Ale kto stwierdza, że dane wejściowe są zgodne z rzeczywistością? W żadnym razie nie stwierdzają tego matematycy; trud ten pozostawiają oni tym specjalistom, których zadaniem jest właściwe badanie rzeczywistości, a więc fizykom, chemikom, technikom, ekonomistom itp., i na ich odpowiedzialność. Nie jest to zarzut pod adresem matematyków – oni są najzupełniej w porządku. Nie trzeba tylko nigdy zapominać, że nawet najbardziej wymyślne i bezbłędne operacje matematyczne mogą dawać wyniki bezwartościowe, jeżeli dane wejściowe były bezwartościowe.

Jak to kiedyś dowcipnie zauważył pewien felietonista, istnieją dwa rodzaje kłamstwa: 1) kłamstwo zwykłe, 2) statystyka.

Kłamstwo zwykłe jest na ogół łatwe do wykrycia, toteż aby nadać mu pozory prawdziwości, „uszlachetnia się" je za pomocą matematyki. Polega ono wówczas na tym, że fałszywe dane wyjściowe otrzymuje się z fałszywych danych wejściowych za pomocą poprawnych operacji matematycznych. Im więcej jest tych operacji, tym bardziej uwaga odbiorcy jest skierowana na sprawdzanie ich poprawności, zamiast na sprawdzanie prawdziwości danych wejściowych. Urzędnik księgowości, odczuwający wątpliwości czy akceptować rachunek na 4000 zł za pracę zleconą, będzie skłonny to zrobić, gdy rachunek opiewa na 196 godzin po 21 zł za godzinę, czyli 4116 zł, tj. kwotę wynikającą z dokładnie sprawdzonego przecież mnożenia.

Jakkolwiek kłamstwo zwykłe staje się elegantsze, gdy jest oparte na matematyce, to jednak mimo wszystko ma ono tę słabą stronę, że daje się zdemaskować przez sprawdzenie danych wejściowych. Wiedząc o tym, inteligentny wystawca rachunku z przytoczonego powyżej przykładu podaje 196 godzin, a nie np. na rzucającą się okrągłą liczbę 200 godzin, aby tym wywołać wrażenie, że i dane wejściowe wynikają z jakiegoś szczegółowego obliczenia, a więc i w tym względzie odwołuje się on do rozpowszechnionego przeświadczenia, że matematyka gwarantuje zgodność z rzeczywistością.

Znacznie subtelniejszym środkiem kłamstwa jest operowanie danymi wejściowymi prawdziwymi, ale niepełnymi, czyli statystyką. Kłamstwo statystyczne trudno wykryć, skoro bowiem dane wejściowe są prawdziwe, a wykonane na nich operacje matematyczne są poprawne, to niejeden dałby sobie głowę uciąć, że i dane wyjściowe będą prawdziwe.

Kłamstwem statystycznym jest na przykład fakt, że spośród miast francuskich największą śmiertelność wykazują Wersal i Nicea (przynajmniej tak było przed wojną), z czego można by wnosić, że mają one najbardziej niezdrowy klimat. A tymczasem w statystyce zgonów pominięto pewien drobiazg: że to emeryci na starość przenoszą się z Paryża do Wersalu, a z południowej Francji do Nicei, podnosząc tam wskaźnik śmiertelności.

A oto przykład bardziej matematyczny. W Alanii produkcja czegoś tam wzrosła z 20 000 do 21 000 ton, co oznacza przyrost 1 000 ton, czyli 5 proc. W tym samym czasie w Belanii produkcja tego samego rodzaju wzrosła z 200 do 300 ton, co oznacza przyrost 100 ton, czyli 50 proc. Co o tym sądzą w Celanii? Jeżeli Alania jest dla Celanii krajem sympatycznym, a Belania nie, to się z powyższych liczb przytacza, że w Alanii produkcja wzrosła o 1 000 ton, a w Belanii zaledwie o 100 ton. Jeżeli zaś z sympatiami dla tych krajów jest przeciwnie, to się mówi, że w Alanii produkcja wzrosła tylko o 5 proc., a w Belanii aż o 50 proc. W obu przypadkach informacje są prawdziwe, ale sprzeczne, bo niepełne, i na tym polega ich kłamliwość. Użycie środków matematycznych ma stworzyć pozory wiarygodności.

Do nauczania matematyki w szkole należy wprowadzić podstawy **rachunku statystycznego**, chociażby z tego względu, że dla wielu uczniów czytanie danych statystycznych będzie w przyszłości jedyną sprawą mającą związek z matematyką. Rzecz jasna, szkoła powinna przy tym uczyć nie tylko samych operacji matematycznych, lecz także krytycyzmu do danych i do ich interpretacji.

Najwyższy czas zaniechać takiego nauczania matematyki, jak gdyby była ona młynkiem do kawy, w którym ważne jest tylko mielenie, z zupełnym brakiem zainteresowania, co się do tego młynka wsypuje.